



新北市普通型高中
數學學科
精進素養命題成果示例

題目內容：

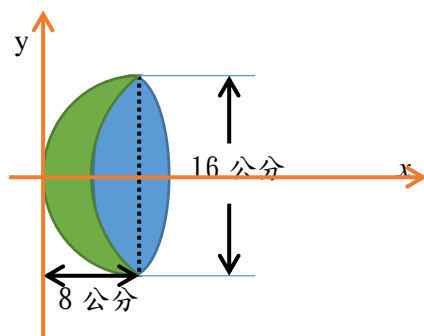
一般民航客機為了適度分攤機艙壓力，窗戶大都近似呈現橢圓形狀。原理是飛機在飛行時機艙內必須加壓，讓乘客在稀薄大氣層中依然舒適。尤其客機圓柱型機身加壓後會稍微擴張，而各部位材質都會承受一定壓力，橢圓形狀的窗戶便可扮演關鍵的平衡角色，大大避免長方形窗戶，在壓力流的干擾下，會集中在方形窗戶的四個拐角，使窗戶碎裂。此外在每面窗戶三層玻璃中，最內層則有一個通氣孔(Vent Hole)的巧妙設計，除了能平衡氣壓外；同時也能防止玻璃霧化。已知某新型客機窗戶恰為橢圓且長軸長為 50 公分，短軸長為 30 公分。若通氣孔位在其中一個焦點上，試求通氣孔到橢圓邊上最短距離為_____公分。

答案	5 公分
參考解答	<p>橢圓長軸長 $2a$ 為 50 公分 $\Rightarrow a = 25$ 橢圓短軸長 $2b$ 為 30 公分 $\Rightarrow b = 15$ 由橢圓定義 $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{625 - 225} = \sqrt{400} = 20$ 通氣孔位在一個焦點上，且此通氣孔到橢圓邊上的最短距離為 $a - c = 25 - 20 = 5$</p>

題目內容：

已知某廠牌探照燈為一拋物面鏡，其設計圖縱切面恰好位在頂點 $(0,0)$ 且對稱軸為 x 軸的拋物線上，如下圖所示。若探照燈橫截面縱深 8 公分，橫長 16 公分，則工程師依據拋物線光學性質通常會將燈泡放在下列哪一個位置，可將光線投射得最遠？

- (1) $(0, 0)$ (2) $(2, 0)$ (3) $(4, 0)$ (4) $(6, 0)$ (5) $(8, 0)$.



答案	(2)
參考解答	<p>由題意可知探照燈為一拋物面鏡，其縱切面位在頂點 $(0,0)$ 且對稱軸為 x 軸的拋物線上。因此可假設拋物線方程式為 $y^2 = 4cx$</p> <p>再將拋物線上一點 $(8,8)$ 代入可得 $64 = 4c \times 8$，解出 $c = 2$。</p> <p>依據拋物線光學性質光源放在拋物線焦點處會反射出平行光，因此可放在焦點位置為 $(2, 0)$。</p>

題目內容：

某班級舉辦小考，但因題目偏難，全班 36 位同學成績普遍不理想，最高分竟然只有 40 分 且沒有同分者。聰明的曾老師想出一種調整成績的方式，可依下列四步驟讓全班同學均及格。

步驟一：先將全班同學成績 $x_i (i=1,2,\dots,35,36)$ 由大到小分別排序得到每個同學原始成績全班名次。

步驟二：其次用 100 分來分別減去 36 位同學成績，得到一組(36 個)新成績 $y_i (i=1,2,\dots,35,36)$ 。

$$y_i = 100 - x_i (i=1,2,\dots,35,36)$$

步驟三：再將新的 36 個成績由大到小分別排序，得到一組(36 個)數列 $z_i (i=1,2,\dots,35,36)$ 。

步驟四：最後全班同學依原始成績名次 i ，依序取得相對應項數的 z_i (由大到小數列)的新成績。

例如:原先原始最高得分的同學原先排序第一，因此可取得新分數 $z_i (i=1,2,\dots,35,36)$ 排序第一高分的新成績。

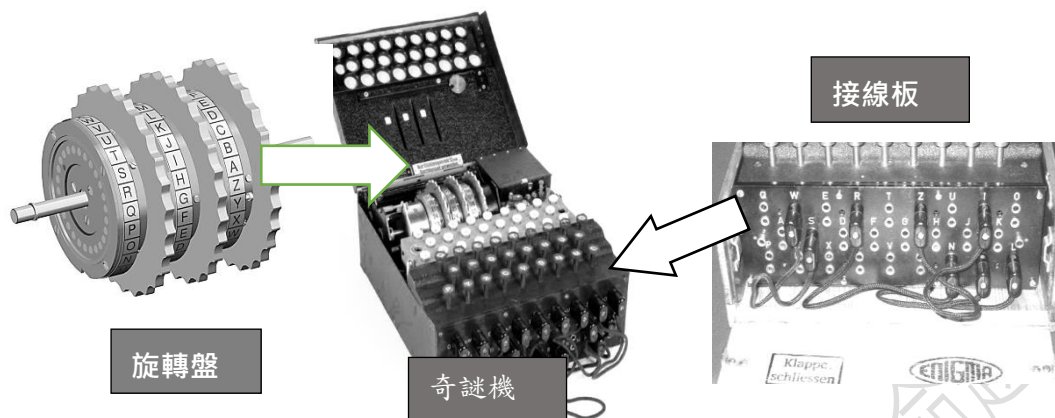
試問全班成績調整分數後，下列哪些選項是**正確**的？

- (1) 全班小考成績全距不變。
- (2) 全班小考成績中位數不變。
- (3) 全班小考成績平均數不變。
- (4) 全班小考成績標準差不變。

答案	(1)(4)
參考解答	分數經過調整後，全班成績的中位數與平均數會改變，但是全班小考成績全距以及標準差不變。

題目內容：

第二次世界大戰時，德軍的通訊裝置：「奇謎機(Enigma)」用來保護重要的通訊內容，防止訊息被敵對的同盟國知悉。該機器是由旋轉盤及接線板兩部分(如下圖所示)來調整設定，其方法如下：

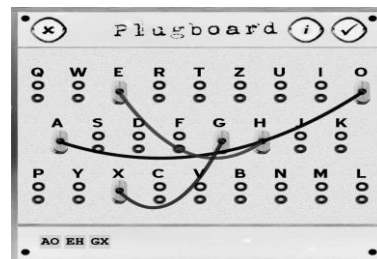


旋轉盤：共有 3 片圓型轉盤，在不考慮缺口連動因素下，每片均有 26 個字母供選擇，且字母可以重複使用並旋轉調整設定。(類似腳踏車的密碼鎖)

接線板：板上有 26 個字母，每個字母恰有一組雙孔插座。設定方法是以一條電線連接任意 2 個不同字母的插座，最多可用到 13 條電線。

1. 試問 3 個旋轉盤共可調整出幾不同種的設定。
 (1)78 (2)2600 (3)15600 (4)17576 (3)61136

2. 由於科技進步，奇謎機(Enigma)已有手機版本。(app 畫面如右圖)畫面中的接線板目前有 3 對字母被 3 條電線連接起來，分別是{EH, GX, AO}，我們稱{EH, GX, AO}為接線板的一種設定(注意：{AO, XG, HE}和上述設定方式相同，但{HX, GO, AE}是不同的設定方式)試問奇謎機(Enigma)中如果連同旋轉盤與 3 條線連接起來的接線盤，一共可以有多少種不同的設定？



答案	1. (4) 2. 6069783720
參考解答	<p>1 依據乘法原理 3 片圓型轉盤，每片均有 26 個字母供選擇，且字母可以重複並旋轉調整設定完成 一共有 $26 \times 26 \times 26 = 17576$ 幾不同種的設定方式。</p> <p>2. 而奇謎機(Enigma)連同旋轉盤與 3 條線連接的接線盤一共有 $17576 \times C_2^{26} \times C_2^{24} \times C_2^{22} \div 3! = 6069783720$ 種不同的設定。</p>

新北市數學課程發展中心數學素養導向評量命題單 編號: 5

題目內容：

政府為鼓勵青年創業，擬提出「創業 10 年借百萬，每年只要還 10 萬，不夠部分怎麼辦，政府出面幫你還」的優惠方案。此優惠方案內容如下：

「創業申請人年初向銀行借款 100 萬元，只要在每年年底皆還款 10 萬元，10 年期滿後由政府出面補助利息差額即算還清。」

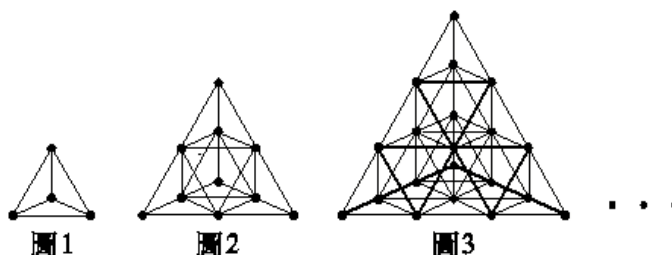
若以年利率 2%，採複利計算，試問每一個申請方案 10 年期滿後，政府須給銀行_____元才能補足利息差額。(請計算至整數位)

答案	123972 元
參考解答	$1000000 \times (1.02)^{10} - (100000 \times (1.02)^9 + 100000 \times (1.02)^8 + \cdots + 100000 \times (1.02)^2 + 100000 \times (1.02) + 100000)$ $= 1218994.42 - \frac{100000((1.02)^{10} - 1)}{1.02 - 1}$ $= 1218994 - 1094972 \approx 123972 \text{ 元}$

新北市數學課程發展中心數學素養導向評量命題單 編號: 6

題目內容：

市面上有一款數學幾何教具，是利用「磁珠」和「磁棒」磁性相吸原理建構出平面或立體幾何模型。此款教具建構出一系列的四面體鋼架模型，如下圖所示：

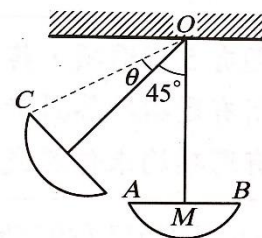


圖中「•」表示磁珠；即圖 1 有 4 個磁珠、圖 2 有 10 個磁珠、圖 3 有 20 個磁珠。若依此規律，廠商希望此款教具能建構出最下層邊長為 8 根磁棒的四面體鋼架模型，試求此款教具一共需要多少個磁珠？

答案	166			
參考解答		圖一(邊長為 1)	圖二(邊長為 2)	圖三(邊長為 3)
	「•」表示磁珠數量	$a_1 = 4$	$a_2 = 10$	$a_3 = 20$
<p>磁珠數量規律尋求</p> $a_2 - a_1 = 6 = 1 + 2 + 3$ $a_3 - a_2 = 10 = 1 + 2 + 3 + 4$ $a_4 - a_3 = 15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$ \vdots $+ a_8 - a_1 = 45 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \cdots + 9$ <hr/> $a_8 - a_1 = 1 \times 7 + 2 \times 7 + 3 \times 7 + 4 \times 6 + 5 \times 5 + 6 \times 4 + 7 \times 3 + 8 \times 2 + 9 \times 1 = 161$ $\Rightarrow a_8 = 161 + 5 = 166$				

題目內容：

櫻木花道和赤木晴子兩人相約到神奈川遊樂園，樂園中有一個海賊王主題區，其中一座魯夫海盜船，如右圖所示，以 O 為旋轉中心，已知 M 是 AB 的中點， OM 垂直 AB ， $MA=MB=5$ 公尺， $OM=12$ 公尺，它向左右最大擺動角度為 45° ，兩人一起坐在 A 點處，當它向左擺動至最高點 C 時， C 比原來 A 點位置大約提高 _____ 公尺。(四捨五入取至整數位， $\sqrt{2} \approx 1.414$)

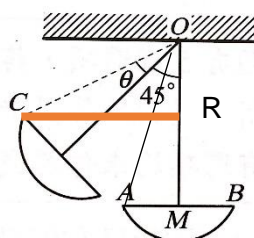


答案

7

參考解答

如右圖所示 $\angle AOM = \theta$
 且 $\overline{OC} = \overline{OA} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$
 $\overline{OR} = \overline{OC} \cos(45^\circ + \theta)$
 $= 13(\cos 45^\circ \cos \theta - \sin 45^\circ \sin \theta)$
 $= 13\left(\frac{12}{13} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{5}{13} \times \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{7\sqrt{2}}{2} \approx 4.95$
 C 比原來 A 點位置提高
 $= \overline{RM} = \overline{OM} - \overline{OR}$
 $= 12 - 4.95 = 7.05 \approx 7$

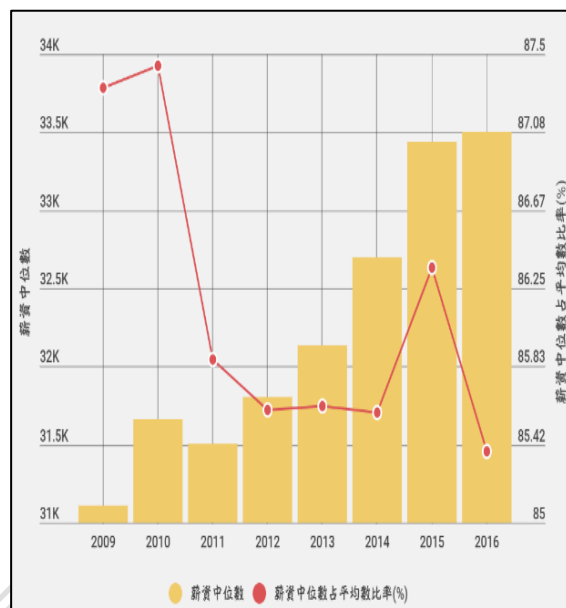


題目內容：

如表為 2009 年至 2016 年，國人每月薪資所得相關數據：
長條圖對照左側縱軸，為每月薪資所得中位數；折線圖對照右側縱軸，為每月薪資中位數比上平均總薪資的百分比值。
請參考此資料回答下題：

若下列六個選項中敘述為 2017 年年初不同媒體的新聞內容，則依上表數據判斷，試問下列哪幾個選項的內容是正確的？

- (1)自 2009 年以來，國人薪資所得中位數年年成長。
- (2)2016 年國人每月薪資所得中位數，比起 2009 年增加了約 2000 多元。
- (3)近 2 年有 5 成以上的國人每月薪資所得超過 3 萬 3 千元。
- (4)近 5 年來，國人平均月薪的最大值出現在 2010 年。
- (5)近 8 年來，國人月薪中位數與月薪平均數差距最小是出現在 2012 年。



答案

(2)(3)

參考解答

- (1)自 2009 年以來，國人薪資所得中位數年年成長是不正確的。
- (4)近 5 年來，國人平均月薪的最大值出現在 2016 年。
- (5)近 8 年來，國人月薪中位數與月薪平均數差距最小是出現在 2015 年。

新北市數學課程發展中心數學素養導向評量命題單 編號: 9

題目內容： 高一班級打算買飲料辦理慶生活動，分別向「辛八客」，「60 藍」，「香蕉工坊」三家商店下訂單，由於其市占率分別占總銷售量的 $\frac{2}{3}$ ， $\frac{1}{4}$ ， $\frac{1}{12}$ 。依過去經驗得知，因為生意忙碌或店員工作疏忽，將訂單與飲料店弄錯的機率如下：「辛八客」為 2%，「60 藍」為 3%，「香蕉工坊」為 1%。請問高一班級吳同學原本訂珍奶，但是卻喝到拿鐵(即飲料店弄錯)的情形下，是「辛八客」商店弄錯的機率是_____。	
答案	$\frac{8}{13}$
參考解答	$\frac{\frac{2}{3} \times \frac{2}{100}}{\frac{2}{3} \times \frac{2}{100} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{100} + \frac{1}{12} \times \frac{1}{100}} = \frac{16}{16+9+1} = \frac{16}{26} = \frac{8}{13}$

新北市數學課程發展中心數學素養導向評量命題單 編號: 10

題目內容： 近幾年高中各校推動適性入學力行常態編班，同一個班級內的學生數學能力差距有時很大，經常使教學現場無法兼顧每位學生的適性學習。對此，數學老師王大帥擬針對甲班全體 45 位學生，挑選某個單元做一週的實驗性教學，並將這 45 位學生根據數學能力分成九組在不同的時間進行差異化教學。第一組為程度最差的 1 個人一組，第二組為程度次差的 2 個人一組，…，依此類推，而第九組為程度最好的 9 個人一組。在教學實驗結束後，老師想從這 45 人中隨機挑選 2 人進行意見調查，試問此 2 人不在同一組的機率為_____。	
答案	$\frac{29}{33}$
參考解答	$1 - \frac{C_2^2 + C_2^3 + C_2^4 + C_2^5 + C_2^6 + C_2^7 + C_2^8 + C_2^9}{C_2^{45}} = 1 - \frac{1+3+6+10+15+21+28+36}{990} = \frac{870}{990} = \frac{29}{33}$

新北市數學課程發展中心數學素養導向評量命題單 編號: 11

題目內容：

王大帥與另外 9 位朋友到籃球場打球，欲分為 5 對 5 分庭抗禮。王大帥提出下列兩種分組方式：

方法(一)10 人同時出黑白拳(P. S. 只有黑與白兩種出法)，若剛好 5 黑 5 白則完成分組，否則就重新出拳。

方法(二)王大帥之外的 9 人同時出黑白拳，若剛好 4 黑 5 白或 4 白 5 黑則完成分組，然後王大帥加入 4 人的那一組，否則就重新出拳。

若使用方法(一)在第一次出拳就完成分組的機率為 p_1 ，而使用方法(二)在第一次出拳就完成分組的機率為 p_2 ，試求數對 $(p_1, p_2) =$ _____。

答案	$\left(\frac{63}{256}, \frac{63}{128} \right)$
參考解答	$(1) C_5^{10} \left(\frac{1}{2} \right)^5 \left(\frac{1}{2} \right)^5 = \frac{252}{1024} = \frac{63}{256}$ $(2) C_4^9 \left(\frac{1}{2} \right)^5 \left(\frac{1}{2} \right)^4 + C_5^9 \left(\frac{1}{2} \right)^4 \left(\frac{1}{2} \right)^5 = \frac{252}{512} = \frac{63}{128}$

新北市數學課程發展中心數學素養導向評量命題單 編號: 12

題目內容：

某百貨公司周年慶舉辦滿額摸彩大方送，若有一專櫃當天消費滿 1 萬元的前 10 位顧客可依序參加該專櫃的福袋抽獎（一共 10 個福袋，而其中價值超過 5000 元的福幸運袋只有 3 個），試問消費滿 1 萬元且排在第 9 位的專櫃顧客，他（她）抽中幸運福袋的機率為_____。

答案	$\frac{3}{10}$
參考解答	<p>10 位顧客抽中幸運福袋的機率皆為 $\frac{3}{10}$。</p> <p>(全部情形可將 10 位顧客抽獎過程視為將 3 個幸運福袋與另 7 個福袋做成一個不盡相異物的直線排列，若排在第 9 位的專櫃顧客要抽中幸運福袋，因此第 9 個需排幸運福袋 所以其他 2 個幸運福袋與另 7 個福袋則可做成另一種不盡相異物的直線排列。)</p> $\text{所以排在第 9 位的專櫃顧客，他（她）抽中幸運福袋的機率} = \frac{\frac{9!}{7!3!}}{\frac{10!}{7!3!}} = \frac{3}{10}$

題目內容：

1. 一個箱子中有 12 顆大小相同的球，其中有 4 顆是白球、5 顆是紅球、3 顆是黃球。假設每顆球被取中的機率均等，現在從箱子中取球，每次取一顆，取後不放回，試求抽出最後一顆是黃球的機率？

- (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{1}{5}$ (4) $\frac{1}{10}$ (5) $\frac{1}{12}$

2. 一個箱子中有 12 顆大小相同的球，其中有 4 顆是白球、5 顆是紅球、3 顆是黃球。假設每顆球被取中的機率均等，現在從箱子中取球，每次取一顆，取後不放回，試求三種色球取完依次是白球、紅球、黃球的機率？

答案

1 (2)。 2 $\frac{5}{36}$ 。

參考解答

1. 最後一顆是黃球的機率為 $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

全部情形可將 12 顆大小相同的球，其中有 4 顆是白球、5 顆是紅球、3 顆是黃球，抽球過程可視為將此 12 顆球排列呈現不盡相異物的直線排列，若排在最後一顆球是黃球，所以其他 4 顆是白球、5 顆是紅球、2 顆是黃球排列出前 11 個位置呈現不盡相異物的直線排列。

所以抽出最後一顆是黃球的機率 = $\frac{\frac{11!}{4!5!3!}}{\frac{12!}{4!5!3!}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ ，故選(2)。

2. 黃球是最後一顆求取出的機率為 $\frac{1}{4}$ 。

而此時白球較紅球先取完的機率為(此時黃球不計算只計算 4 顆是白球、5 顆是紅球)

9 顆球排列最後一顆是紅球的機率為 $\frac{\frac{8!}{4!4!}}{\frac{9!}{4!5!}} = \frac{5}{9}$

由條件機率計算可得 $\frac{5}{9} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{36}$ 。

新北市數學課程發展中心數學素養導向評量命題單 編號: 14

題目內容： 好萊塢鉅片「復仇者聯盟」上演了，A、B、C、D、E、F、G、H、I 九位好朋友下課後一同相約進行電影欣賞。由於電影上映時刻接近，他們決定一起搭計程車前往 <u>泰屬害</u> 電影院。而此時來了三輛計程車(此三台計程車的車型最多可載乘客 4 人)，若僅考慮同乘同一台計程車人數而共同分擔車資並不考慮坐位，且最後此三台計程的車資均相同，試問九人車資一共可能有幾種分擔情形。	
答案	1270
參考解答	(3,3,3) 1 種 (9 個人車資全相同) $(1,4,4) \Rightarrow C_1^9 = 9$ (只有一個人的車資與另 8 人不同) $(2,3,4) \Rightarrow C_2^9 \times C_3^7 = 36 \times 35 = 1260$ 因此九人車資一共有 $1+9+1260=1270$ 種。

新北市數學課程發展中心數學素養導向評量命題單 編號: 15

題目內容： 思覺失調症 (Schizophrenia) 是精神疾病的一種，舊稱為精神分裂症，常見症狀包括妄想、幻覺、幻聽以及情感冷漠。思覺失調症患者約占全球 1%。根據國外學者 Swanson(1990) 的專業研究，一般人暴力發生率約為 3.7%，而思覺失調症患者暴力發生率為一般人(非思覺失調症患)的 3 倍。若發生一起暴力事件，則該事件是由思覺失調症患者引起的機率約為多少？(1) 1% (2) 2% (3) 3% (4) 4% (5) 25%	
答案	(3)
參考解答	$\frac{1\% \times \frac{37}{1000} \times 3}{99\% \times \frac{37}{1000} + 1\% \times \frac{37}{1000} \times 3} = \frac{3}{102} \approx 0.03$

新北市數學課程發展中心數學素養導向評量命題單 編號: 16

題目內容：

阿智規劃到全班同學到臺南市旅遊，網路上推薦幾個的景點分布如下：

北門區(位於臺南的北端)：井仔腳瓦盤鹽田、北門水晶教堂、台灣烏腳病醫療紀念館

安平區(位於臺南的中端)：安平古堡、億載金城

仁德區(位於臺南的南端)：奇美博物館、十鼓仁糖文創園區

如果阿智想在這 3 個行政區各挑 1 個景點，並希望這次的班級旅遊行程能夠參觀安平古堡或奇美博物館其中之一且不要繞路(即旅遊順序由北門區→安平區→仁德區或由仁德區→安平區→北門區)。試問他規劃出來的行程版本一共可能有 _____ 種。

答案	18
參考解答	$2 \times C_1^3 \times (C_1^2 \times C_1^2 - 1) = 18$

新北市數學課程發展中心數學素養導向評量命題單 編號: 17

題目內容：

依據維基百科上的資料顯示：在 1867 年所發現的坦普爾 1 號彗星行蹤不定，1960 美國天文學家精算出其橢圓形軌道的近日點與遠日點和太陽的距離比約為 1:3，且此彗星軌道橢圓的半短軸長 a 約為 3.122 光年，而此彗星的週期(彗星繞行一圈所經過的時間) T 與半長軸 a 的關係恰為 $T^2 = a^3$ 。已知 2016 年 8 月觀測到該彗星在近日點位置，依照題目給定的數據，請問最快在哪一年可以再次觀察到此彗星出現在近日點？

答案	2022
參考解答	$T^2 = a^3 \Rightarrow T = a^{\frac{3}{2}} = (3.122)^{\frac{3}{2}} \approx 5.516$ <p>2016 年 8 月再經過 5.5 年約為 2022 年</p>

題目內容：

小默和小西參加空間虛擬 VR 鐳射槍射擊比賽且鐳射光為等速率直線前進。

已知小默從 $(0,13,-11)$ 射擊，第 t 秒時，鐳射光抵達的坐標為 $(0-t,13+2t,-11+2t)$ 。

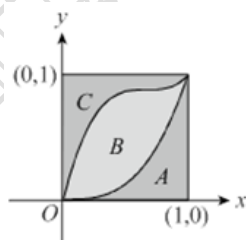
而小西從 $(5,3,a)$ 射擊，第 s 秒時，鐳射光抵達的坐標為 $(5-3s,3+2s,a+s)$ 。

射擊開始後，小默和小西皆射中指定物(視作空間同一點坐標)，則 a 之值為何？

答案	4
參考解答	$(0-t,13+2t,-11+2t) = (5-3s,3+2s,a+s)$ $s=5, t=10 \Rightarrow a=4$

題目內容：

下圖是以樹葉為主題的瓷磚設計圖，已知圖中葉子 B 圖形邊緣是用函數 $y=x^3$ 與 $y=3x^3-6x^2+4x$ 在區間 $[0,1]$ 的圖形所描繪而成的，並將邊長為 1 正方形磁磚分割為 A、B、C 三個區域，試計算出此三個區域的面積值？



答案	A、C 兩個區域面積為 $\frac{1}{4}$ ，B 區域面積為 $\frac{1}{2}$
參考解答	<p>A 的面積為 $\int_0^1 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big _0^1 = \frac{1}{4}$</p> <p>B 的面積為 $\int_0^1 (3x^3 - 6x^2 + 4x - x^3) dx = \int_0^1 (2x^3 - 6x^2 + 4x) dx = \left(\frac{2x^4}{4} - 2x^3 + 2x^2 \right) \Big _0^1 = \frac{1}{2}$</p> <p>C 的面積為 $1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$。</p>

題目內容：

我們常在新聞中聽見，預估下週汽柴油價格會調升（降），從中油網站上得知其價格調整的調價幅度公式如下（節自中油網站）：

「每週（週一至週五）調價幅度取「調價指標當週均價乘以當週匯率均價與調價指標前週均價乘以前週匯率均價比較」之 80%變動幅度計算，取小數二位，採四捨五入。」

其中調價指標係指：

「Platts 報導之 Dubai（杜拜）及 Brent（布倫特）均價，分別以 70 % 及 30% 權重計算（70 % Dubai + 30% Brent），取小數二位，採四捨五入。」

最後調價金額：

（一）依「92 無鉛汽油及超級柴油還原依機制計算應調整價格之稅前批售價格」乘以「調價幅度」，分別計算 92 無鉛汽油及超級柴油稅前批售價格（取小數二位，採四捨五入），再加上稅費換算零售價（取小數一位，採四捨五入），據以計算調價金額。

（二）95 及 98 無鉛汽油比照 92 無鉛汽油調價金額、海運重柴油及甲種漁船油比照超級柴油調價金額同步調整。

下表為中油公司網站公告之汽柴油價格調幅比較表

	前週	本週	
指標油價日期	2019/04/09~ 2019/05/03	2019/05/06~ 2019/05/10	考量匯率後指標油 80 % 變動幅度
70%Dubai + 30%Brent (美元 / 桶)	71.21	70.02	
匯率	30.904	30.934	*Q (1)
92 無鉛汽油 (元 / 公升) 稅前批售價	17.96	依變動幅度計算 之稅前批售價	*Q (2)
超柴 (元 / 公升) 稅前批售價	19.47		

資料來源：中油網站

已知前週及本週之調整指標價與匯率如上表，根據上述浮動油價變動機制，試問：

（1）本週價格應調整的調價幅度為多少%

（2）承上，已知前週之 92 無鉛汽油稅前批售價為 17.96，試推測本週應公告的 92 無鉛汽油稅前批售價應為多少？

答案	1. (-1.26%) 2. (17.73)
參考解答	

題目內容：

某校舉辦班級廚藝大賽，主辦單位購置豬肉片、雞肉片及羊肉片三種肉片以及小白菜、高麗菜、香菇、豆腐共四種素類食材。比賽規定需將這七種食材全部用到來完成三道主菜，而且每道主菜可以只使用其中一種食材或同時使用多種食材，但每種食材只能使用一次，且每道主菜一定要有肉片，請問食材的分配方式一共有幾種方法？

答案	180
參考解答	$3 \times \frac{6!}{4!} = 6 \times 30 = 180$

題目內容：

擲筊時一正面一反面稱為聖筊，假設每只筊杯出現正面或反面的機率相同，根據某年農曆新年的報導：金門某幸運兒連續擲得 20 次聖筊，獲得當年度最大獎汽車一臺；請問連續擲得 20 次聖筊的機率最接近下列哪一個選項(1)0.0001 (2)0.0002 (3)0.0003 (4)0.0004 (5)0.0005

答案	(3)
參考解答	$(\frac{2}{3})^{20} \approx 0.0003$

題目內容：

小智跟小霞經常交換訊息分享彼此生活習慣，為了確保傳遞過程保密性，因此兩人相約嘗試在訊息中先加入一道四位數字密碼鎖。兩人約定用一個二階方陣的各元作為訊息密碼。例如：矩陣 $X = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$ 表示四位密碼為5476，但為了怕破解，於是兩人以矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$ 作為加密矩陣，先將原先矩陣X左乘加密二階方陣A得到訊息矩陣B，即 $AX=B$ ，再將訊息矩陣B傳給對方，當對方收到後再還原得到原先訊息X，便可知密碼。若傳來矩陣 $B = \begin{bmatrix} -1 & -27 \\ 3 & 63 \end{bmatrix}$ ，則原先四位密碼為_____。

答案

2019

參考解答

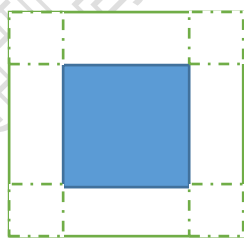
$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{而 } AX=B \Rightarrow A^{-1}AX = A^{-1}B \Rightarrow X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -27 \\ 3 & 63 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 9 \end{bmatrix}$$

故原先四位密碼為 2019。

題目內容：

中秋節烤肉時，小芬想使用一邊長為 20 公分的正方形錫箔紙，以如下方法摺成烤蛤仔的容器。自其四角截去四個小正方形，然後沿虛線向上摺成一個沒有蓋的盒子。試求當截去的正方形邊長為多少時，可使盒子裝最多蛤仔（容積最大）？



答案

$\frac{10}{3}$

參考解答

設截去的正方形邊長為 x 時，可使盒子裝最多蛤仔（容積最大）

沒有蓋的盒子容積

$$V(x) = x(20-2x)^2 \Rightarrow V'(x) = (20-2x)^2 + x \times 2(20-2x)(-2) = (20-2x)(20-2x-4x) = 0$$

$x = 10$ (不合) $x = \frac{10}{3}$ 可使盒子裝最多蛤仔（容積最大）。

新北市數學課程發展中心數學素養導向評量命題單 編號: 25

題目內容：

小潘最近想要買一台轎車，於是到車行展場看車，服務員跟小潘介紹了一台新車，並說：「現在 60 期零利率，所以只要繳頭期款 20 萬的部分就好，剩下的 180 萬分 60 期還清即可。」此時小潘想到前兩天銀行有打電話跟他說，現在小額汽車貸款，年利率 2.8%，於是小潘問車廠服務員說，如果付現的話，是否有折扣？服務員說如果付現的話，可以再便宜 20 萬，請問如果你是小潘的好友，請建議小潘要跟銀行小額貸款付現買車；還是直接跟車行買車再分 60 期還清即可？請說明理由！

答案	建議直接跟車廠購買再分 60 期還清即可。
參考解答	因為如果跟銀行貸款的話，要貸款 160 萬五年的本利和為 $160 \times (1.028)^5 = 1836900$ 元。而直接跟車行買車再分 60 期還清即可只要再付 1800000 元就好了。因此建議直接跟車廠購買。

新北市數學課程發展中心數學素養導向評量命題單 編號: 26

題目內容：

選訓中心為保持運動員最佳的體能狀態，教練要求在每天熱身運動做完之後，要求量測體重。

下表為 40 位運動員體重與人數統計資料：

體重(公斤)	60	64	68	72	76	80	84	88	92
人數	1	3	5	7	8	7	5	3	1

試求此 40 位運動員的平均體重及體重的標準差？(計算至十分位)

答案	此 40 位運動員的平均體重為 76 公斤及體重的標準差 7.5 公斤。									
參考解答										
	體重(公斤)	60	64	68	72	76	80	84	88	92
	體重平移至 76公斤	-16	-12	-8	-4	0	+4	+8	+12	+16
	人數	1	3	5	7	8	7	5	3	1
40 位運動員的平均體重										
$76 + \frac{(-16) \times 1 + (-12) \times 3 + (-8) \times 5 + (-4) \times 7 + 0 \times 8 + 4 \times 7 + 8 \times 5 + 12 \times 3 + 16 \times 1}{40} = 76$										
體重的標準差										
$= \sqrt{\frac{(-16)^2 \times 1 + (-12)^2 \times 3 + (-8)^2 \times 5 + (-4)^2 \times 7}{40}} = \sqrt{\frac{512 + 864 + 640 + 224}{40}} = \sqrt{56} \approx 7.5$										

新北市數學課程發展中心數學素養導向評量命題單 編號: 27

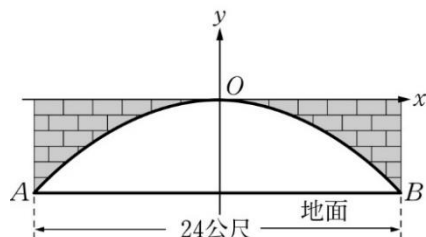
題目內容：	
某班級 8 位同學想訂購飲料，但考量統計的便利性，因此只提供紅茶、綠茶、奶茶及蜂蜜檸檬茶 4 種飲料供選擇，請問最後訂購的 8 杯飲料一共有幾種組合？	
答案	165
參考解答	$\frac{11!}{8!3!} = \frac{11 \times 10 \times 9}{1 \times 2 \times 3} = 165$

新北市數學課程發展中心數學素養導向評量命題單 編號: 28

題目內容：	
<p>設 A 為 3×3 矩陣，且對任意實數 a, b, c，$A \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ c \\ a \end{bmatrix}$ 均成立。試問矩陣 $A^2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ 為下列哪一個選項？</p> <p>(1) $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.</p>	
答案	(2)
參考解答	$A^2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = A(A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}) = A \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

題目內容：

如下圖所示，有一拱門其邊界線恰好呈現二次函數圖形，若從地面到拱門最高點之距離為 6 公尺，拱門地面 \overline{AB} 的寬為 24 公尺，則離地面 2 公尺高的拱門寬度為_____公尺。



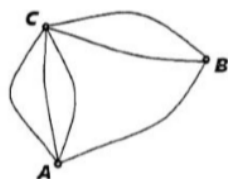
答案	$12\sqrt{6}$
參考解答	<p>如圖所示可設拱門其邊界線二次函數為 $y = ax^2$</p> <p>原題意可知 O 為原點，$A(-12, -6)$，$B(12, -6)$</p> <p>可得 $-6 = a(-12)^2 \Rightarrow a = -\frac{6}{144} = -\frac{1}{24}$</p> <p>故可得二次函數為 $y = -\frac{1}{24}x^2$</p> <p>又離地面 2 公尺高可設方程式為 $y = -4$ 將其</p> <p>代入二次函數為 $y = -\frac{1}{24}x^2$ 中，故 $-4 = -\frac{1}{24}x^2 \Rightarrow x^2 = 96 \Rightarrow x = \pm 6\sqrt{6}$</p> <p>因此可得拱門寬度為 $12\sqrt{6}$ 公尺</p>

題目內容：

如下圖所示， A, B, C 為某運輸路網中的三個站點。站與站之間的連線數目表示其間可互通的路線數。我們可以用個簡單的表格來呈現站與站之間的路線數目，並據以引進相連(鄰)矩陣

(adjacency matrix) T_3 來呈現站與站之間的數線數目。例如：站 A 到站 B 有 1 條相異路線可到達，因此在矩陣 T_3 的第 1 列第 2 行標記數字 1，而站 A 到站 C 有 3 條相異路線可到達，因此在矩陣 T_3 的第 1 列第 3 行標記數字 3。

(1) 請依據上圖與表的訊息完成相連矩陣 T_3 ，並寫出數對 (a, b, c, d) 。



終 起	A	B	C
A	0	1	3
B	a	0	b
C	c	d	0

$$\Rightarrow T_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ a & 0 & b \\ c & d & 0 \end{bmatrix}$$

(2)

$$\text{矩陣 } T_3^2 = T_3 \cdot T_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ a & 0 & b \\ c & d & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ a & 0 & b \\ c & d & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \quad \text{恰好表示此三站點間在 2 次點和點間移動}$$

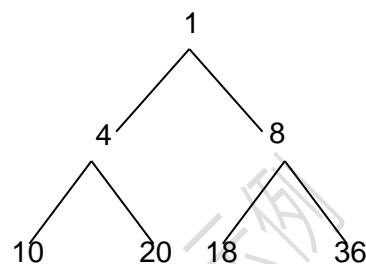
的總路線數(同一條路線可去可回，沒有方向性。例如， t_{11} 即表示自站 A 出發移動兩次再回到站 A 的總路線數，當然，你也可以用暴力法數出來。)請問，矩陣 T_3^2 中的 $(t_{11}, t_{22}, t_{33}) =$ _____。

(3) 觀察矩陣 T_3 和 T_3^2 ，你發現了什麼特殊的規律或是有趣的現象？請詳細說明其理由？

答案	(1) (1, 2, 3, 2) (2) (10, 5, 13) (3) 兩個矩陣都具對稱性且 T_3^2 的對角線元素恰為其到其他端點數的平方和。
參考解答	

題目內容：

蠱斯會依照特定的繁殖方式繁衍子代，上一代的 x 隻蠱斯會繁衍出左、右分支的下一代蠱斯 $2x+2$ 、 $4x+4$ 。如下圖，依此規則，假設第一代有 1 隻蠱斯，第二代會繁衍出由左至右的分支數字 4、8；再由第二代可繁衍出由左至右的分支數字 10、20、18、36，依此類推。若以 a_n 表示第 n 代最左邊的分支數字（如 $a_2 = 4$ 、 $a_3 = 10$ ），且 $n \geq 2$ ，請回答下列問題：



1. 若 $a_n = Aa_{n-1} + B$ ，則 $A + B = ?$.
2. 求 $a_{10} = ?$
3. 若以 b_n 表示第 n 代由左至右第 3 個分支數字（如 $b_3 = 18$ ），求 $b_{10} = ?$

答案	1. (4) 2. (1534) 3. (3066)
參考解答	

題目內容：

學校規定學生若要獲得數學獎學金必須同時滿足以下兩個要求：

- 一、國文成績不低於 80 分或英文成績不低於 80 分；
- 二、數學成績 85 分（含）以上且物理成績及格。

已知某學生的數學 90 分，試選出正確的選項？

- (1)若該生的物理不及格，則無法獲得獎學金。
- (2)若該生的國文 83 分且物理及格，則可以獲得獎學金。
- (3)若該生的物理及格，但是英文不及格，則無法獲得獎學金。
- (4)若該生的國文、英文皆 85 分，則可以獲得獎學金。
- (5)若該生的國文、物理皆 80 分，則可以獲得獎學金。

答案	(1) (2) (5)
參考解答	

題目內容：

籃球八強賽以循環制（即每隊與所有對手打過一場），共 7 天賽事結束後戰績取前 4 名進入四強賽。倘若回到八強賽最後的第 7 天，八隊前 6 天的戰績與第 7 天對戰組合如下表，請回答下列問題。

排名	學校	戰績
1	A	6 勝 0 敗
2	B	4 勝 2 敗
2	C	4 勝 2 敗
4	D	3 勝 3 敗
4	E	3 勝 3 敗
6	F	2 勝 4 敗
7	G	1 勝 5 敗
7	H	1 勝 5 敗

前 6 天各隊戰績

H vs D
F vs G
C vs A

E vs B

第 7 天對戰組合

1. 第 7 天全部賽完的對戰結果可能有幾種情形？
2. 若僅以此戰績來評估，則在第 7 天有幾種對戰結果能保證 B 校進入四強？

答案	1. (16 種) 2. (12 種)
參考解答	

題目內容：

某一早餐店專售健康三明治，已知每個健康三明治的成本為 8 元，當每個健康三明治售價訂為 20 元實，每天可售出 100 個三明治，若每個三明治的售價每降 1 元時，每天可多買出 25 個三明治，試問老闆應將健康三明治售價訂為多少其利潤最大？並求其利潤？

答案	老闆應將三明治售價訂為 16 元時其利潤最大為 1600 元
參考解答	<p>假設老闆將三明治的售價降 x 元，即每個三明治的售價為 $20 - x$ 元，每天可賣出 $100 + 25x$ 個三明治，且每賣出一個三明治可賺 $(20 - x) - 8 = 12 - x$ 元，故其利潤為</p> $(100 + 25x)(12 - x) = -25x^2 + 200x + 1200 = -25(x - 4)^2 + 1600,$ <p>因此，當 $x = 4$ 時，有最大利潤值 1600 元。即每個三明治的售價為 16 元。</p>

題目內容：

實驗室培養兩種益生菌，令 $\langle a_n \rangle$ 和 $\langle b_n \rangle$ 分別代表兩種培養益生菌在時間點 n 的數量，彼此有如下的關係：

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n + 2b_n \\ b_{n+1} = a_n + b_n \end{cases}, n = 0, 1, 2, \dots$$

若二階方陣 A 滿足 $\begin{bmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}$ 且 I_2 為二階單位矩陣，選出正確的選項。

(1) 若 $\begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ 12 \end{bmatrix}$ ，則 $\begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

(2) 若 $A = I_2 + J$ ，則 $J = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(3) 若 $A = I_2 + J$ ，則 $J^5 = 4I_2$

(4) 若 $A = I_2 + J$ ，且 $A^5 = aI + bJ$ ，則 $(a, b) = (40, 29)$

(5) 若二階方陣 $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，滿足 $\begin{bmatrix} a_{n+5} \\ b_{n+5} \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}$ ，則 $a + b + c + d = 169$

答案	(1)(2)(5)
參考解答	